TEKNIK SIMULASI

FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI
UNISBANK

Pembangkit Bilangan Acak (Random Number Generator)

CARA MEMPEROLEH :

- ZAMAN DAHULU, dgn cara :
  - Melempar dadu
  - Mengocok kartu

- ZAMAN MODERN (>1940), dgn cara :

  membentuk bilangan acak secara numerik/ aritmatik(menggunakan komputer) , disebut “Pseudo Random Number” (bilangan pseudo acak).

PEMBANGKIT BILANGAN ACAK, HARUS :

- Berdistribusi uniform(0,1) dan tidak berkorelasi antar bilangan.
- Membangkitkan cepat, storage tidak besar
- Dapat di “reproduce”
- Periode besar, karena mungkin bil.acak dibangkitkan berulang

Pseudo Random Number Generator

METODE KONGRUEN MULTIPLIKATIF

$X_n = (aX_{n-1})$ modulo m

Dimana :

- Bil. Pseudo dimulai dgn nilai awal X_0 yang disebut benih.
- a & m : bilangan bulat positif tertentu
- aX_{n-1} dibagi dgn m dan sisanya diambil sebagai nilai X_n

Pseudo Random Number Generator

Agar Xn berprilaku acak yang dapat dipertanggungjawabkan :

- Modulo m dipilih sebesar mungkin untuk memperbesar periode
- a dipilih agar korelasi antar X_n minimum
- Benih X_o: bil. Bulat positif ganjil, $X_o<m$
- Bil acak : $U_i = X_n/m$

Metode Pembangkit Kongruen Campuran

$$X_n = (aX_{n-1} + C) \bmod .m$$

Pemilihan a,c, m dan x_0 :

- $m = 2^{w-1}$
- $a \cong 2^{w/2}$ dan $a \equiv 1 \pmod 4$
- c & X_0 bil. Bulat positif ganjil < m (c<m , X_0<m)

Metode Pembangkit Kongruen Campuran

Catatan:

- Periode pembangkit multiplikatif m/4
- Pembangkit campuran dgn periode penuh (=m) jika :
  - m dan c pembagi bersamanya adalah 1
  - Jika m habis dibagi oleh bil. q yang prima, maka (a-1) juga habis dibagi oleh q
  - Jika m habis dibagi 4 maka begitu pula (a-1)

Contoh :

METODE KONGRUEN MULTIPLIKATIF

misal komputer berkapasitas 12 bit word

- W = 12

  $m = 2^{w-1} = 2^{11} = 2048$

  $a = 67 \Rightarrow a \approx 2^{6}$ & $a \equiv 3 \pmod 8$

  misal : Xo = 129

- $X_1 = (67)(129) \bmod 2048 = 451$

  $X_2 = (67)(451) \bmod 2048 = 1545$

  $X_3 = (67)(1545) \bmod 2048 = 1115$

  $X_4 = (67)(1115) \bmod 2048 = 977$

Contoh :

- $U_1 = 451/2048 = 0{,}22015$

  $U_2 = 1545/2048 = 0{,}754395$

  $U_3 = 1115/2048 = 0{,}544434$

  $U_4 = 977/2048 = 0{,}477051$

- Periode : $m/4 = 2048/4 = 512$

  $U_1 = U_{513}$

  $U_2 = U_{514}$

Contoh :

- METODE KONGRUEN CAMPURAN

misal komputer berkapasitas 12 bit word

- $a = 65 \; (\approx 2^{6} \;\; \& \;\; \equiv 1 \bmod 4)$

$m = 2^{12-1} = 2048$

misal $c = 1$, $Xo = 129$

$X_1 = \{(65).(129)+1\} \bmod 2048 = 194$

$X_2 = \{(65).(194)+1\} \bmod 2048 = 323$

$X_3 = \{(65).(323)+1\} \bmod 2048 = 516$

$X_4 = \{(65).(516)+1\} \bmod 2048 = 773$

$U_1 = 194/2048 = 0{,}094727$

$U_2 = 323/2048 = 0{,}157715$

$U_3 = 516/2048 = 0{,}251953$

$U_4 = 773/2048 = 0{,}377441$

VARIABEL ACAK DAN FUNGSI DISTRIBUSI PROBABILITAS

- Variabel acak (random variable):
  variabel yang nilainya ditentukan oleh hasil sebuah eksperimen. Yaitu, variabel acak merepresentasikan hasil yang tidak pasti.

- Variabel acak diskrit:
  variabel acak yang nilainya dapat dicacah (dihitung).

  Contoh:

  - Jumlah pembeli yang memasuki sebuah toko.
  - Jumlah televisi yang terjual pada periode tertentu.

- Variabel acak kontinu:

Variabel acak yang nilainya tidak dapat dicacah.

Contoh:

- Perpanjangan pegas jika ditarik.
- Berat segenggam strawberry.

- Distribusi probabilitas dari variabel acak diskrit adalah tabel, grafik, atau rumus yang menyatakan probabilitas setiap nilai yang mungkin dimiliki variabel acak.

Contoh:

Ada sebuah kuis dengan tiga pertanyaan dengan kemungkinan jawaban benar/salah. Ruang sampel kuis ini terdiri dari hasil

Variabel Acak Diskrit

Distribusi Binomial

- Ciri: * Percobaan terdiri dari n ulangan independen, yang dapat diklasifikasikan menjadi berhasil atau gagal

  * Probabilitas berhasil (p) dari satu ulangan ke ulangan lainnya konstan.
- Fungsi Probabilitas:
- Nilai Ekspektasi: np
- Varians: np (1 – p)

Variabel Acak Diskrit

Algoritma Binomial

- Bangkitkan U
- C=P/(1-P), I=0, pr=(1-P)n, F=pr
- if U<F, then x=I, stop
- Pr={C (n-i)/(i+1)}pr, F=F+pr, i=i+1
- Go to 3

Variabel Acak Diskrit

Distribusi Poisson

- Ciri: Dalam selang waktu T jumlah peristiwa terjadi independen terhadap jumlah kejadian yang terjadi pada waktu yang lain, dengan peluang kejadian tunggal selama periode waktu sangat singkat proporsional terhadap panjang interval waktu. Peluang lebih dari satu kejadian dlm waktu yang sangat singkat neglibible.

Variabel Acak Diskrit

- Fungsi Probabilitas : $\dfrac{\lambda^{k} e^{-\lambda}}{k!}$
- Nilai Ekspektasi : λ
- Varians : λ

Algoritma:

- Bangkitkan U U(0,1)
- i=0, p=e-λ , F=P
- if U<F then x=i stop
- p=λp/(i+1), F=F+P, i=i+1
- Go to 3

Variabel Acak Diskrit

Distribusi Hipergeometri

Ciri: Sampel acak dengan ukuran n dipilih dari populasi ukuran N, dimana sejumlah k dapat diklasifikasikan sukses dan N-k gagal.

Fungsi Probabilitas :

$$\frac{C_{M,x}\, C_{N-M,\,n-x}}{C_{N,n}}$$

Variabel Acak Diskrit

Nilai Ekspektasi:

$$n\left(\frac{M}{N}\right)$$

Varians :

$$\frac{nM(N-M)(N-n)}{N^{2}(N-1)}$$

Distribusi Acak Kontinu

Algoritma:

- bangkitkan bilangan acak U1 dan U2
- Set t=-log(U1U2)
- Bangkitkan bilangan acak U3
- X=tU3, Y=t-X

Distribusi Eksponensial

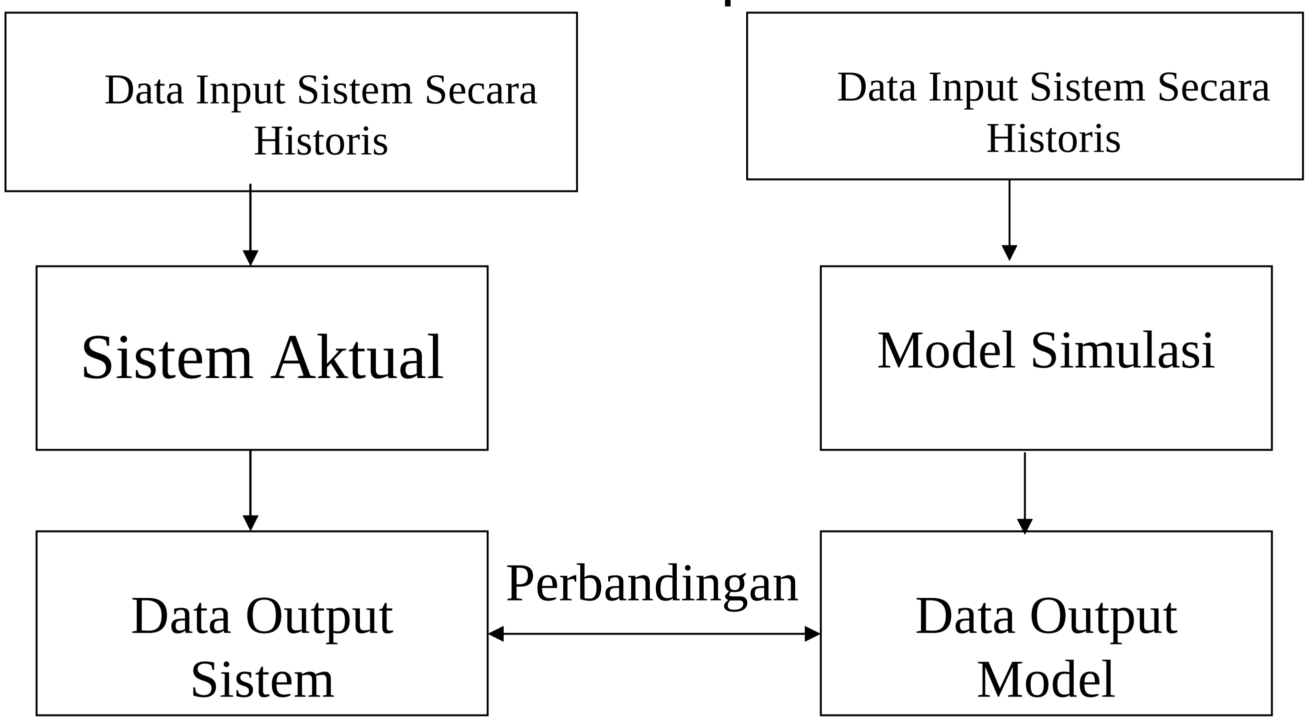
Fungsi Probabilitas :

$$f(x) = ae^{-ax}$$

Prosedur Statistik untuk membandingkan data output dari observasi dunia nyata dan simulasi

- Pendekatan Inspeksi

Korelasi Pendekatan Inspeksi :



- Pendekatan Interval Konfidensi berdasarkan data independen
- Pendekatan Time Series

Contoh – Kasus 1

Kasus Komputer On-Line

- Komputer segera merespon perintah yang diterimanya
- Perintah diterima melalui saluran komunikasi dengan kecepatan B perintah / detik
- Rata-rata setiap perintah terdiri dari b karakter.
- Sebagian perintah (k) membutuhkan jawaban rata-rata sebanyak r karakter.
- Setiap perintah diterima oleh buffer (sekaligus tempat mengirim jawaban) yang berdaya tampung maksimum m karakter per detik.

Contoh – Kasus 1

- Proses sebuah perintah yang diterima membutuhkan 2000 instruksi.
- Penyiapan jawaban membutuhkan program dengan 1000 instruksi.
- Proses interupsi dalam melakukan transfer data baik ke dalam / ke luar komputer membutuhkan eksekusi 1000 instruksi.

Contoh – Kasus 1

- Asumsi :
  1. Terdapat 3 jenis komputer berdasarkan tingkat kecepatan :
     - kecepatan rendah (P1 = 25.000 instruksi/detik)
     - kecepatan sedang (P2 = 50.000 instruksi/detik)
     - kecepatan tinggi (P3 = 100.000 instruksi/detik)
  2. Terdapat 4 ukuran buffer (m) = 1 , 2 , 5, dan 10 karakter
- Permasalahan :
  - Bila data harga diketahui maka mana rancangan yang termurah ?
  - Rancangan komputer yang mana yang mampu mempertahankan aliran data ?

Contoh – Kasus 1

- Solusi :
  - Akan dihitung berapa karakter per detik yang ditransfer dan
  - membandingkannya dengan jumlah instruksi yang harus dieksekusi setiap detiknya.

- Berdasarkan kondisi yang ada :
  - Terdapat B perintah yang masuk dan kB jawaban yang ke luar per detik, sehingga akan membutuhkan Bb + kBr karakter per detik untuk melewati Buffer.
  - Kapasitas maksimum Buffer m karakter sehingga akan terdapat (Bb + kBr)/m interupsi per detik.

Contoh – Kasus 1

Instruksi yang terjadi per detik:

- untuk perintah masuk = 2000 x B
- untuk jawaban = 10000 x kB
- untuk interupsi = 1000 x B(b+kr)/m

Jumlah Instruksi per detik (N) :

$$N = 2000 \times B + 10000 \times kB + 1000 \times B(b + kr)/m$$

Contoh – Kasus 1

Jadi Model Matematikanya :

$$N = 2000 \times B + 10000 \times kB + 1000 \times B(b + kr)/m$$

Simulasinya : Bila

B = 5 perintah

b = 15 karakter

k = 10 % dari perintah yang memerlukan jawaban

r = 50 karakter jawaban

Contoh – Kasus 1

Maka rancangan komputer yang mampu mempertahankan aliran data yaitu :

$$N \le P(i)$$

$$N = 2000 \times 5 + 10000 \times 5 \times 0.1 + 1000 \times 5\,(15 + 5)/m$$

$$= 15000 + 100000/m \le P(i) \quad \ldots. \quad (\,N \le P(i)\,)$$

$$3 + 20/m \le P(i)/5000$$

$$20/m \le P(i)/5000 - 3 \quad \ldots\ldots\ldots.(1)$$

Contoh – Kasus 1

Berdasarkan pers (1), dengan kondisi minimal akan diperoleh rancangan dengan alternatif sebagai berikut :

1. Komputer Kecepatan tinggi dengan Buffer 2 karakter
2. Komputer Kecepatan sedang dengan Buffer 5 karakter
3. Komputer Kecepatan rendah dengan Buffer 10 karakter

Contoh – Kasus 1

Bila memperhatikan harga dari komputer berdasarkan tingkat kecepatannya maka solusi optimal yang diperoleh dengan tetap mempertahankan aliran data yang ada yaitu :

<u>Rancangan Komputer Kecepatan rendah dengan Buffer 10 karakter</u>

Contoh – Kasus 1

Algoritma Kasus 1 :

1. Input data sistem.
2. Hitung jumlah instruksi yang dibutuhkan per detik untuk setiap alternatif buffer yang ada
3. Bandingkan setiap hasil langkah-2 dengan kecepatan maksimum dari setiap kemungkinan komputer yang tersedia.
4. Tetapkan rancangan sistem komputer yang mampu mempertahankan aliran data.

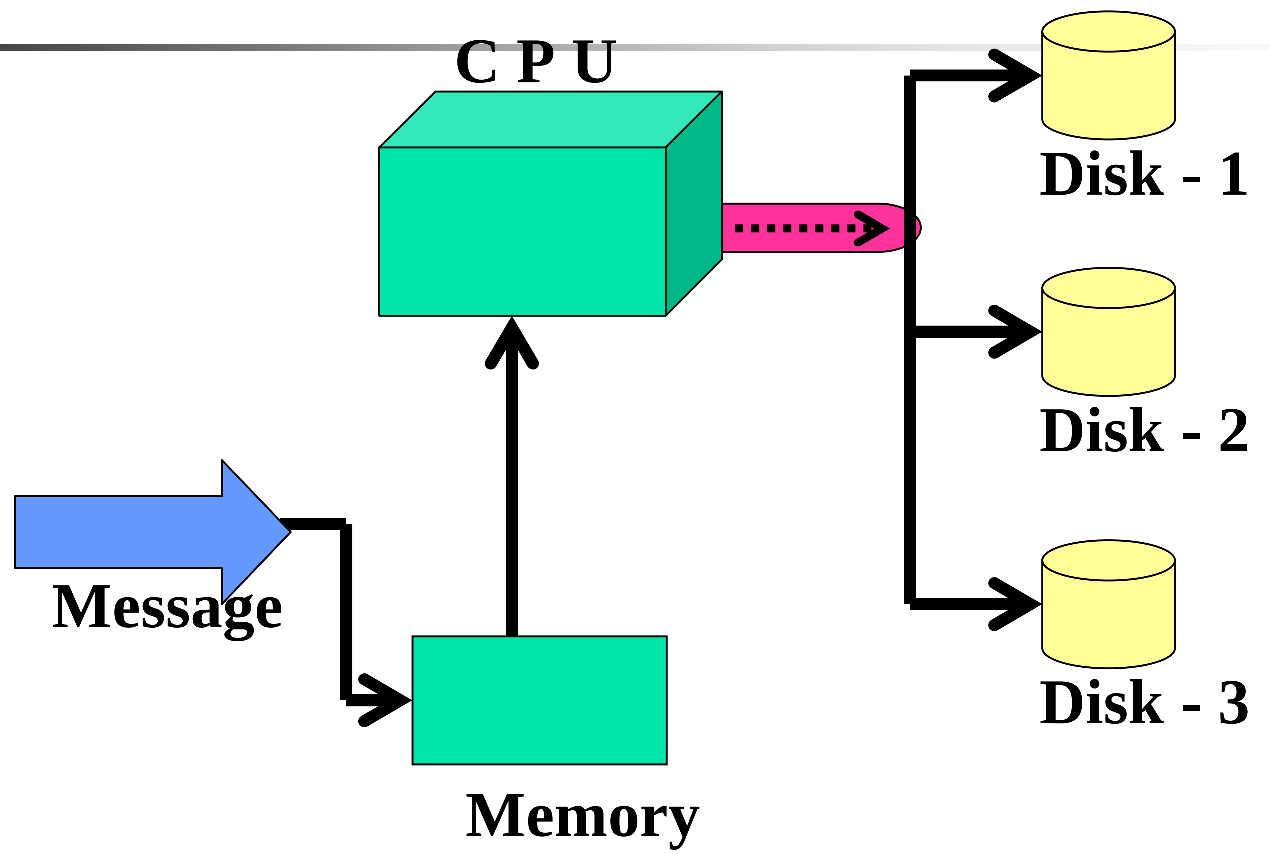
Contoh – Kasus 2

Kasus Komputer Real Time

Diberikan suatu rancangan sebuah mesin pengolah data yang bekerja secara real time, yang terdiri dari komponen-komponen (lihat Gambar 2.1) :

- Terminal Masukkan,
- CPU,
- Memory,
- Sabuah saluran komunikasi dari CPU ke media penyimpan (disk), dan
- 3 buah media penyimpan.

Contoh – Kasus 2



Gambar 2.1. Rancangan Mesin - Real Time

Contoh – Kasus 2

Spesifikasi perangkat keras dari komponen-komponen sistim :

- Kecepatan CPU mengolah data bervariasi antara 6 milidetik (mdet) sampai dengan 14 mdet.
- Waktu yang dibutuhkan CPU untuk memasukkan perintah (message) ke dalam memori adalah 1 mdet.
- Panjang perintah berkisar antara 10 sampai 20 unit.
- Kapasistas memori 2000 unit.
- Waktu untuk mencari lintasan dari disket berkisar antara 40 - 2000 mdet.

Contoh – Kasus 2

- Waktu untuk mencari sektor media penyimpanan berkisar antara 0 - 50 mdet.
- Berkas yang dibutuhkan agar suatu perintah dapat dilayani terdistribusi secara merata ke ketiga media penyimpanan.
- Waktu yang dibutuhkan oleh berkas untuk menempuh saluran komunikasi adalah 2 mdet.

Contoh – Kasus 2

Asumsi dari komponen-komponen sistim :

- Waktu kedatangan perintah berdistribusi eksponensial dengan rata-rata 50 mdet.
- Berkas yang dibutuhkan oleh suatu perintah tersebar ke ketiga media penyimpanan dengan kemungkinan yang sama.
- Panjang perintah berdistribusi uniform dari 10 - 20 unit.
- Waktu proses berdistribusi normal dengan rata-rata 10 mdet dan standar deviasi 4 mdet.

Contoh – Kasus 2

Pengendalian kerja sistim :

- Perintah yang dibaca oleh CPU dimasukkan dalam antrian di memori.
- Kemudian CPU mendecode perintah yang berada terdepan pada antrian di memori.
- Bila saluran komunikasi dalam keadaan tidak terpakai maka berkas yang dibutuhkan oleh perintah yang sedang dilayani dapat ditransfer ke CPU untuk diolah.
- Sebaliknya, bila saluran komunikasi dalam keadaan terpakai maka pelayanan ditunda sampai saluran komunikasi siap dan permintaan akan ditransfer berkas dimasukkan dalam antrian saluran komunikasi.

Contoh – Kasus 2

Permasalahan :

Bagaimana unjuk kerja dari sistim melalui pengukuran besaran-besaran sebagai berikut :

- Waktu tunggu rata-rata, waktu tunggu maksimum, waktu tunggu minimum dari suatu perintah untuk mendapat layanan CPU,
- Panjang antrian yang terjadi,
- Utilisasi dari komponen-komponen sistim (waktu sibuk CPU, waktu sibuk saluran komunikasi, rata-rata pemakaian memori).